

## LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS Y SU IMPACTO EN PENSAMIENTO CRÍTICO DEL CIUDADANO.

Jesús Israel Monroy Muñoz  
Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo

### ¿Qué son las matemáticas?

A menudo se concibe a las matemáticas como una disciplina cerrada y poco flexible, y que solo da lugar para cálculos rápidos y precisos en donde solo los más inteligentes pueden entenderlas, esto en gran parte se debe a una influencia cultural que se ve reforzada en el salón de clases (Santos 2010). La práctica de la matemática se identifica con aplicar reglas correctamente y respuestas correctas por parte de los estudiantes, esto también ha sido causa de la influencia que tuvo (y sigue teniendo) el movimiento de la “matemática moderna” en el siglo pasado.

Algunos autores (Lester 1983, en Santos 2010) aseguran que una de las dificultades que pueden observarse en el aula a causa de lo anterior, es que el maestro solo muestra a los estudiantes los pasos correctos o el método adecuado al resolver un problema, transmitiendo en forma oculta o inconsciente que solo los “elegidos” pueden descubrir el secreto para resolver sin equivocarse, como una respuesta caída del cielo.

Contrario a la opinión muy difundida en la cultura y en el aula de qué son las matemáticas existen esfuerzos para concientizar y cambiar esta equivocada concepción de aquellas. Por ejemplo el NCTM ((Nacional Council of Teachers of Mathematics /Asociación Norteamericana de Profesores de Matemáticas) hace énfasis en desarrollar un ambiente matemático en el aula con las siguientes características:

- Hacia la aceptación de un salón de clases como una comunidad matemática.
- Hacia el uso de la lógica y la evidencia

matemática como un medio de verificación, contrapuesto a ver al maestro como la única autoridad para dar las respuestas correctas.

- Hacia el desarrollo del razonamiento matemático; es decir, no ubicar las matemáticas como un conjunto de fórmulas o reglas para memorizar.
- Hacia la resolución de problemas y no sólo dar énfasis a las actividades de encontrar respuestas mecánicamente.
- Hacia la conexión y aplicación de las matemáticas, es decir, no conseguir las como un cuerpo aislado de conceptos y procedimientos.

### ¿Qué es un problema?

De acuerdo a Schoenfeld (1985, en Santos 2010) un problema se refiere a una tarea difícil para el individuo que está tratando de hacerla. La dificultad en dicho problema debe de involucrar un crecimiento intelectual y no solo en cuanto a rapidez de cálculos. En los libros de texto y las clases en el aula, principalmente en matemáticas de educación básica, se adiestra a los estudiantes a que un problema se resuelve en 5 o 10 minutos, además de solo poner atención a los datos cuantitativos.

“Raramente la presentación de la solución de un problema por parte del maestro dura más de cinco o diez minutos. A los estudiantes nunca les queda la impresión de que uno puede dedicar horas (mucho menos días, semanas o meses) trabajando en un problema. Se les priva la oportunidad de mostrar algún progreso en la resolución de problemas complicados y como consecuencia, se les reprime de la enseñanza de atacarlos a aquellos que son capaces de trabajar estos problemas.” (Schoenfeld, 1985, en Santos, 2010, p. 49)

Por ello es importante de acuerdo a Santos (2010) tener claro qué significa un problema. En muchos libros de

texto se encuentran ejercicios rutinarios que tienen que ver más con realizar procesos mecanizados o memorísticos, por ejemplo aquellos libros en donde al final de un tema se encuentran una serie de ejercicios y que son dejados como tarea a los estudiantes de un día para otro para que “practiquen”. Es así como es aplicada en el aula una de las múltiples interpretaciones de lo que significa un problema. Por ello, es importante que en el aula se planteen problemas no rutinarios con el objetivo de que se desarrollen otras formas de pensar matemáticamente como lo son plantear conjeturas, obtener datos importantes del problema, realiza casos particulares o justificar la solución, es decir, problemas nuevos que seguramente enfrentarán en su vida profesional.

De manera general las características de un problema de acuerdo a Santos (2010) son:

- La existencia de un interés.
- La no existencia de una solución inmediata.
- La presencia de diversos caminos o métodos de solución.
- La atención por parte de una persona para llevar a cabo un conjunto de acciones tendientes a resolver esta tarea; es decir, un problema están hasta que existe un interés y se emprenden acciones específicas para intentar resolverlo.

La investigación que derivó en este trabajo tiene como fundamento teórico a la Gestalt, que podría resumirse en el principio de que el todo es más que la suma de las partes. La teoría de la Gestalt recibió una gran cantidad de experimentos sobre la percepción y el pensamiento en apoyo a sus formulaciones teóricas (Bigge, 2000). Algunas de estas investigaciones consistieron en situaciones de aprendizaje que, en términos generales, venían a mostrar la superioridad del aprendizaje por comprensión o reestructuración sobre el simple aprendizaje memorístico o asociativo. Se proponía, con base en experimentos, que la resolución de un problema solo se da si la persona que lo intenta resolver capta estructuralmente la situación. Wertheimer y Köhler se

refiere al concepto de estructura no a la visible, sino invisible, es el principio eficiente oculto que organiza los elementos (dinámica) del problema y de la mente (isomorfismo)

El primer investigador que aplica la teoría de la Gestalt en la resolución de problemas fue Max Wertheimer (1990) y sus resultados son publicados en su libro “Pensamiento productivo”. En este se aplican las leyes y principios de la Gestalt a los procesos de pensamiento de los estudiantes en la actividad de resolución de problemas como el área del paralelogramo, pero sus aplicaciones no se limitan al campo de las matemáticas, sino a cualquier tipo de problemática en cualquier área. La aplicación de la Gestalt a la actividad de resolución de problemas busca explicar cómo los elementos individuales que entran en juego en el problema son configurados y valorados por la persona, a esto se le conoce como dinámica. ¿Qué elemento o elementos jugaron un papel más importante que los otros? ¿Cuál fue el papel de los conocimientos previos? ¿Qué elementos o partes del problema no fueron tomados en cuenta? ¿Cuáles fueron sobrevalorados?

Polya plantea la importancia de hacer preguntas, un aficionado de verdad a resolver problemas, no deja de hacer preguntas, esta una prueba de estar entregado en cuerpo y alma al problema. En este camino una heurística puede ser la analogía, aquí se explica el sentido profundo de la pregunta ¿existe un problema similar más sencillo? La analogía, como dice Polya, es una comunicación entre relaciones, aquella estructura similar pero más simple que usaba Wertheimer (1945) en su libro “Pensamiento productivo” cuando los estudiantes estaban resolviendo el problema del área del paralelogramo. Una de las formas de abordar el problema, propuso Wertheimer, fue presentándoles estructuras similares en donde partes de la figura que “sobraban” se completaban con las partes que “faltaban” creando así un rectángulo, es decir, usó el mismo concepto más simplificado en otras figuras donde se hacía más evidente el principio a usar.

En todos estos casos muestra como existe una comprensión estructural del problema previo a su solución. Este concepto de estructura tiene que ver con

la dinámica de los elementos que entran en juego en la problemática vistos como un todo. Los gestaltistas aplican el término de isomorfismo, ya que encontraron similitudes estructurales entre ciertos fenómenos físicos y la forma en que organiza la mente los elementos cuando está resolviendo problemas. Esto los llevó a realizar la hipótesis sobre la estructura de campo, pero principalmente a formular que las matemáticas debían estar orientadas hacia el estudio de principios físicos.

Algunos autores consideran que la resolución de problemas es la esencia del aprendizaje de las matemáticas. Polya enseñó los métodos para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la resolución de problemas en su libro “Cómo plantear y resolver problemas”, ahí elabora y justifica una técnica en base preguntas que pueden utilizarse para quien resuelve un problema.

Polya (2013) continuó en cierta medida el trabajo dejado por Wertheimer y Köhler en el campo de resolución de problemas. Sus trabajos estuvieron relacionados con la teoría de la Gestalt. Propone una serie de pasos generales como, comprender el problema, concebir un plan, ejecución del plan y visión retrospectiva. También hace énfasis en el papel del maestro, de saber guiar, de no presionar demasiado pero tampoco dejarlo que haga lo que sea.

Es importante lo que Polya aclara en su libro, las dos caras de la matemática, una vista como un sistema axiomático y la otra como el proceso antes de crear los axiomas. Con respecto a esto gran parte del fracaso de enseñanza de la matemática en el siglo XX lo expone el profesor Morris Kline en su libro “El fracaso de la matemática moderna. Por qué Juanito no sabe sumar”. Este es el resultado de conceptualizar a la matemática y su enseñanza como un sistema rígido, en el que solo hay que aprenderse las reglas para manipular axiomas, postulados y definiciones, en donde no existe una explicación causal de la matemática, solo de consistencia.

Así, el intento de Polya por comprender los procesos mentales de los estudiantes resolviendo problemas dio como resultado su propuesta general que consiste en lo

siguientes pasos:

a) Comprender el problema

¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictorias?

b) Concebir un plan

¿Se ha encontrado con un problema semejante? ¿O al pisto el mismo problema planteado en forma ligeramente diferente?

¿Conoce un problema relacionado con éste? ¿Conoce algún teorema que le puede ser útil? mire atentamente la incógnita y trate de recordar un problema que le sea familiar y que tenga la misma incógnita una incógnita similar.

He aquí un problema relacionado el suyo y quedar resuelto ya. ¿Podría usted utilizarlo?

¿Podría utilizar su resultado? ¿Podría emplear su método? ¿Le dio usted falta introducir algún elemento así llegar a fin de poder utilizarlo?

¿Podría enunciar el problema en otra forma? ¿Podría plantearlo en forma diferente nuevamente? refiérase a las definiciones.

Si no puede resolver el problema propuesto, trate de resolver primero algún problema similar. ¿Podría imaginarse un problema análogo un tanto más accesible? ¿Un problema más general? ¿Un problema más particular? ¿Un problema análogo? ¿Puede resolver una parte del problema? considere sólo una parte de la condición; descarte la otra parte; ¿en qué medida la incógnita queda ahora determinada? ¿En qué forma puede variar? ¿Puede usted deducir algún elemento útil de los datos? ¿Puede pensar en algunos otros datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita? ¿Puede cambiar la incógnita unos datos?, ¿cuándo si es necesario? de tal forma que la nueva incógnita y los nuevos datos estén más cercanos entre sí.

¿Ha empleado todos los datos? ¿Hay empleo toda la condición? ¿Ha considerado usted todas las nociones esenciales concernientes al problema?

#### c) Ejecución del plan

Al ejecutar su plan de solución, compruebe cada uno de los pasos. ¿Puede usted ver claramente que los pasos son correctos? ¿Puede usted demostrarlo?

#### d) Visión retrospectiva

¿Puede usted verificar el resultado? ¿Puede verificar el razonamiento? ¿Puede tener el resultado de forma diferente? ¿Puede hacerlo de golpe?

¿Puedes entregar el resultado el método de algún otro problema?

La propuesta de Polya ha retomado interés por parte de los educadores de matemáticas y de otras áreas debido a las necesidades actuales. Por ejemplo en diversos estudios se observa que los estudiantes comienzan a realizar operaciones sin siquiera haber leído completo el problema, ellos van directo a los datos cuantitativos y, en forma ciega, a realizar operaciones sin tomar en cuenta la parte cualitativa del problema. Gran parte del problema se encuentra en los libros de texto de matemáticas de educación básica (Santos, 2010), donde se entrena a los alumnos en un mismo tipo de problema y método de solución, haciendo que los estudiantes identifiquen mecánicamente el proceso de solución, y luego este mismo tipo de razonamiento se aplica a cualquier situación de la vida cotidiana. Se pone como ejemplo el tema de la proporcionalidad, tan usado en múltiples ciencias y difundido en la cultura. Según diversos estudios (Block, Ramírez 2010) existe una carencia conceptual en la mayoría de los profesores de matemáticas de primaria y secundaria en cuanto a identificar cuándo se trata de un problema de proporcionalidad y cuándo no. Esto refleja además una gran deficiencia en cuanto a entender un problema en forma cualitativa, y más adelante impacta en el entendimiento de la proporcionalidad en un marco algebraico (función lineal) o geométrico en nivel superior.

Más adelante Schoenfeld continuó y desarrolló la propuesta de Polya e identificó que dentro de las heurísticas que propone, existen otras subtarear, es decir que puede que un problema no se resuelva solo con una sola heurística, sino que pueden ser varias.

En general, la resolución de problemas es un método útil, no solo para las matemáticas sino en otros campos de desarrollo. "La educación tiene el propósito de ayuda a quienes aprenden para que se conviertan en estudiantes capaces de resolver mejor los problemas" (Orton, 2003, p. 120). Gagne (2003) clasificó la resolución de problemas como la forma más elevada de aprendizaje, lo definió como un proceso por el que quien aprende descubre una combinación de reglas previamente aprendidas para lograr una solución a una nueva situación problemática.

Wertheimer (1990) consideraba que visualizar y plantear el problema correcto suele ser un logro mucho más importante que resolver una tarea predeterminada.

Reflexiones finales sobre el desarrollo de los elementos del pensamiento matemático y su impacto en el desarrollo social

El que se adiestre a los estudiantes a que un problema matemático se resuelve en 5 o 10 minutos tiene grandes repercusiones en el desarrollo cognitivo y pensamiento crítico y reflexivo. Por ejemplo, algunos de los elementos del pensamiento son la justificación y argumentación, estos son de gran importancia no solo para las matemáticas, porque no es solo afirmar que algo es verdadero o falso, sino se tiene que demostrar, dar contraejemplos. Trasladado al campo social, hasta hace poco en México se discutía la reforma energética, con el argumento de que México no tiene la tecnología ni el personal calificado para excavar pozos profundos y extraer petróleo en el Golfo de México. Una persona con pensamiento crítico, preguntaría cómo le hizo Brasil para desarrollar la tecnología si inició la extracción del petróleo después de México. Un contraejemplo podría ser que los ingenieros de Petrobras afirman que el personal capacitado para dicha tarea puede estar listo en 2 años, y hacer una "transferencia de tecnología" sin necesidad de comprometer los recursos naturales de la

nación.

El resolver problemas desde la educación básica, en el sentido estricto de la palabra, capacita a la mente para enfrentarse a los grandes retos que enfrenta una sociedad, de ahí la importancia de este trabajo en matemáticas con el desarrollo y la ciudadanía.

Es importante hacer énfasis en que la matemática no es una mera resolución de problemas de forma cuantitativa, involucran además una fuerte carga cualitativa, de entender realmente un problema, porque cuántas veces se reproducen estas prácticas para cualquier tipo de problemas, sea personal, social, económico, político, etc. Por supuesto que a nivel social, cuando uno resuelve un problema y se equivoca no se puede simplemente borrarlo y hacerlo de nuevo, pero por medio de una educación formativa en la resolución de problemas desde nivel básico se estará desarrollando la capacidad de tomar mejores decisiones que nos lleven a solucionar problemas y conflicto de un amañera más eficaz.

Wertheimer señalaba

“Cuando el individuo pensante capta una situación problemática, sus directrices y requerimientos estructurales le muestran ciertas tensiones y deformaciones en la estructura. En el pensamiento real, dichas tensiones y deformaciones son objeto de un seguimiento por parte del individuo, generan vectores dirigidos hacia la mejora de la situación y la modifican conforme a ellos. El momento en que se finalice el proceso y se resuelve un problema, se trata de una situación sostenida por fuerzas internas cohesivas como una estructura buena, en la que hay armonía entre los requerimientos mutuos, las partes están determinadas por la estructura del todo y el todo está determinado por las partes.” (Wertheimer, 1990, p. 203).

Por tanto, el aporte desde la mirada de la Gestalt ofrece que en la resolución de problemas en general deben existir (o construirse) ciertos principios comunes entre individuos como entre naciones, principios sobre los que alguna vez lucharon personajes como Abraham Lincoln, Mahatma Gandhi o Martin Luther King, en la que el desarrollo de las naciones no sean modelos impuestos sino que exista una bidireccionalidad en el proceso de los principios generados por un gobierno hacia sus ciudadanos y de estos hacia su gobierno. Principios que pudieran estar basados bajo las máximas de que todos tenemos cosas en común, como que todos habitamos este planeta, todos buscamos un mejor lugar para nuestros hijos y todos somos mortales.

### Bibliografía

- Bigge, M. y Hunt, M. (2000). ¿Cuáles son las dos familias principales de la teoría contemporánea del aprendizaje? En “Bases Psicológicas de la educación”. Pp. 365-398. México: Trillas.
- Block, D. (2006). Conocimientos de maestros de primaria sobre la proporcionalidad. 19a. Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa, (675-680). Montevideo: RELME.
- Block, D. y Ramírez, M. (2009). “La razón y la fracción: un vínculo difícil en las matemáticas escolares”. Educación Matemática, vol. 21, núm. 1, pp. 63-90
- Orton, A. (2003). Didáctica de las matemáticas. España: Morata.
- Polya, G. (2013). Cómo plantear y resolver problemas. México: Trillas.
- Santos, L. (2010). La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos. México: Trillas.
- Wertheimer, M. (1991). El pensamiento productivo. España: Paidós.

